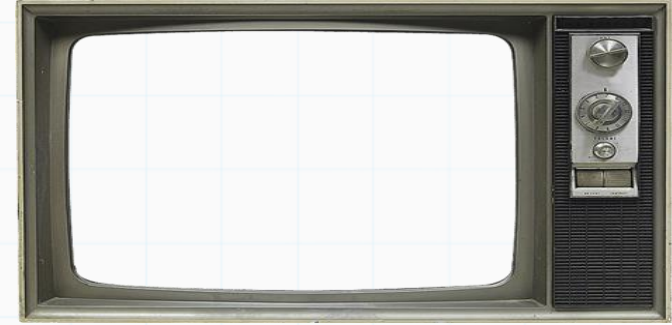


Programação Estruturada

Professor : Yuri Frota

yuri@ic.uff.br



```
int vetNum[10];  
  
vetNum[0] = 11;  
vetNum[5] = -2  
scanf("%d", &vetNum[8])
```

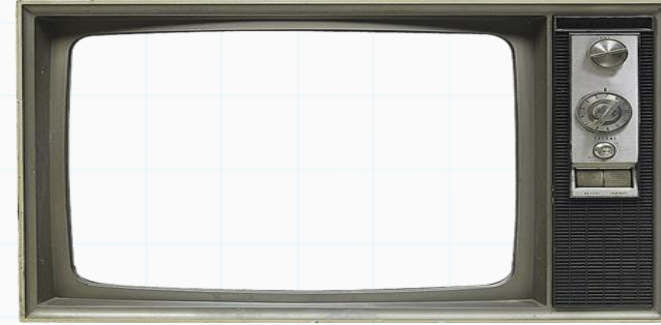
```
int Mat[10][10];  
  
for (i=0; i<10; i++)  
    for (j=0; j<10; j++)  
        Mat[i][j] = i+j;
```

cuidado, vamos usar apenas os
comando e estruturas do C,
nada de C++



Vetores Matrizes- LAB

1) Repetições: Dada uma sequência de n números inteiros positivos, determinar os números que compõem a sequência e o número de vezes que cada um deles ocorre na mesma.



Exemplo:

n: 8

Digite uma sequência de 8 números inteiros:

7
0
1
3
7
1
7
4

O número 7 aparece 3 vezes na sequência.

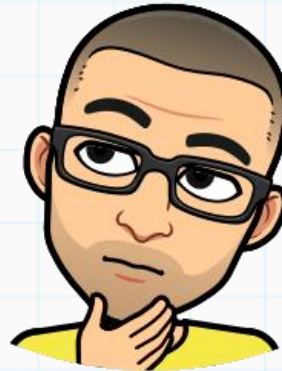
O número 0 aparece 1 vez na sequência.

O número 1 aparece 2 vezes na sequência.

O número 3 aparece 1 vez na sequência.

O número 4 aparece 1 vez na sequência.

Use só o que aprendemos até hoje



Dica: Guarde os números em um vetor e percorra vetor com laço duplo, contando os elementos que se repetem

NUM percorre o vetor

REP percorre o vetor a partir de NUM

Se elementos iguais incrementa contador e "apaga" número

imprime NUM e quantas vezes ele aparece

Vetores Matrizes- LAB

2) Segmento de soma máximo: Dado uma sequência de n números inteiros, identifique o segmento de soma máxima.

Exemplo:

Use só o que aprendemos até hoje

n: 12
sequencia:

5
2
-2
-7
3
14
10
-3
9
-6
4
1

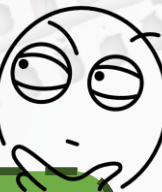
sequencia = 5, 2, -2, -7, 3, 14, 10, -3, 9, -6, 4, 1,
sequencia maxima = 3, 14, 10, -3, 9,
soma maxima = 33

Dica: guarde a sequência num vetor e analise todos os possíveis intervalos de subsequências percorrendo o vetor com laço duplo

INI percorre o vetor

FIM percorre o vetor a partir de INI

Se soma de elementos entre INI e FIM for a maior até o momento, guarde ela.



Qual é a soma máxima da sequência de 16 números:
4,-1,2,1,-5,4,-1,2,1,-5,4,-1,2,1,-5,6 ?

Vetores Matrizes- LAB

3) Soma de vetores: Dadas duas sequências com n números inteiros entre 0 e 9, interpretadas como dois números inteiros de n algarismos, calcular a sequência de números que representa a soma dos dois inteiros:

Exemplo: n=8

	1	2	3	4	5	6	7	8	
v1=	8	2	4	3	4	2	5	1	
v2=	3	3	7	5	2	3	3	7	
soma=	1	1	6	1	8	6	5	8	8
	0	1	2	3	4	5	6	7	8

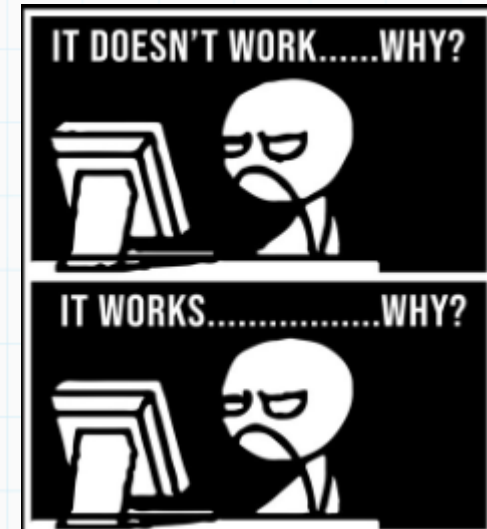
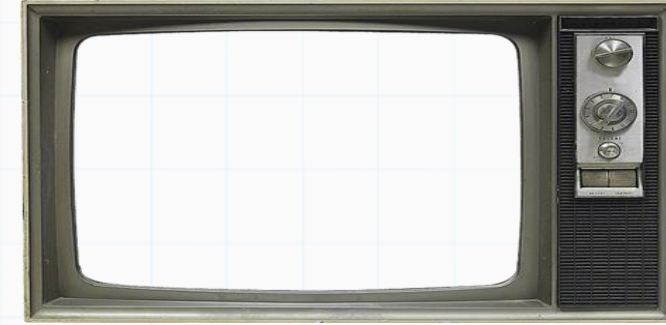
Exemplo: n=4

v1=	3	0	1	8	
v2=	2	5	3	3	
soma=	0	5	5	5	1

Use só o que aprendemos até hoje

Dica 1: percorra os vetores do fim até o começo, somando os dígitos e preenchendo o vetor soma (apenas cuidado com o "vai um").

Dica 2: armazene os n algarismos nos vetores v1 e v2 nas posições de 1 a n, enquanto que o vetor soma vai ter um espaço a mais (posição 0) caso precise.



Vetores Matrizes- LAB



3.5) Faça um programa que recebe como parâmetro um inteiro $N > 0$ e construa um matriz $N \times N$ de números inteiros consecutivos preenchidos por linha. Veja exemplo:

N=4

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Use só o que aprendemos até hoje

Esse programa deve informar:

- a média da soma dos elementos acima da diagonal principal.
- a soma dos elementos da matriz com valor menor ou igual a esta média.

Exemplo:

No nosso exemplo os números em vermelho são os números acima dela. Vemos que a média dos números em vermelho é **6**.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Agora somando os elementos em verde da matriz com valor menor ou igual a 6:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

$$1+2+3+4+5+6 = 21$$

Para $N=11$, qual é a soma dos elementos da matriz menor que a média dos elementos acima da diagonal superior ?



Vetores Matrizes- LAB

4) Produto escalar entre dois vetores (tem que ter o mesmo tamanho):

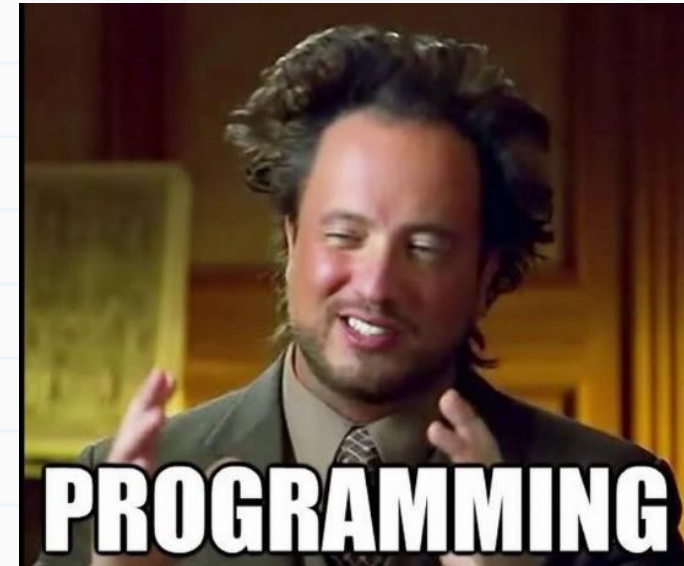
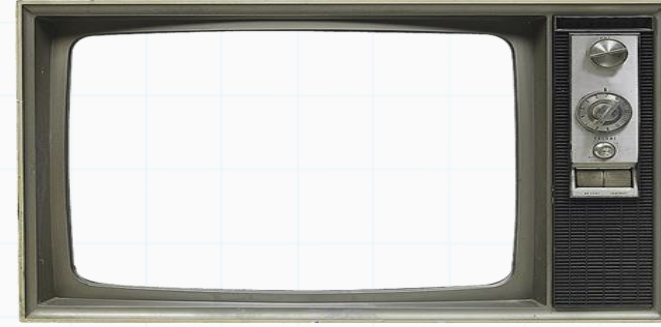
$$\begin{array}{c} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{array} \times \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 4 & 2 \end{array} = 3 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 4 + 1 \times 2 = \underline{15}$$

Use só o que aprendemos até hoje

É a soma dos produtos das posições equivalentes:

$$\begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{array} \times \begin{array}{cccc} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{array} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

Faça um programa que dado dois vetores de inteiros de tamanho n, retorne o valor do produto escalar entre os dois vetores



Vetores Matrizes- LAB

Multiplicação de Matrizes: $A \times B = C$

A

2	1
3	0
1	2

3x2

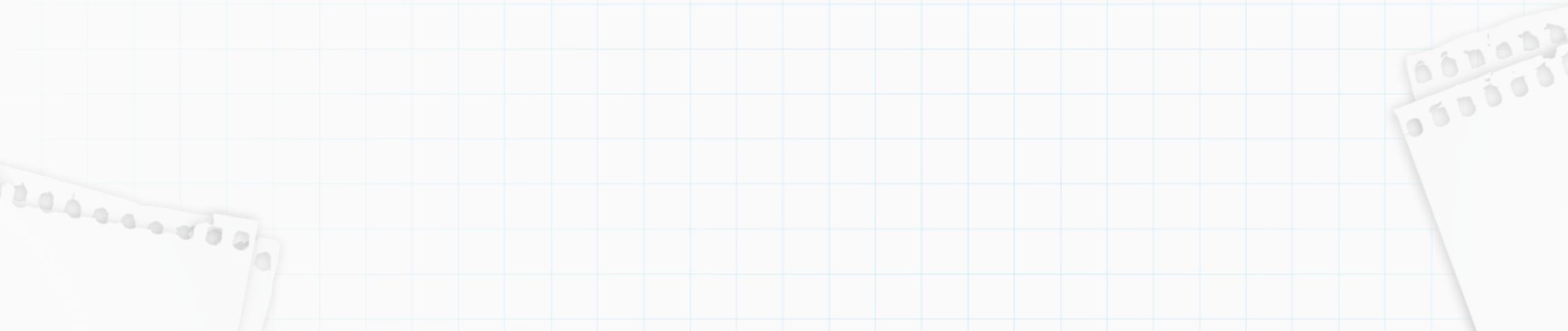
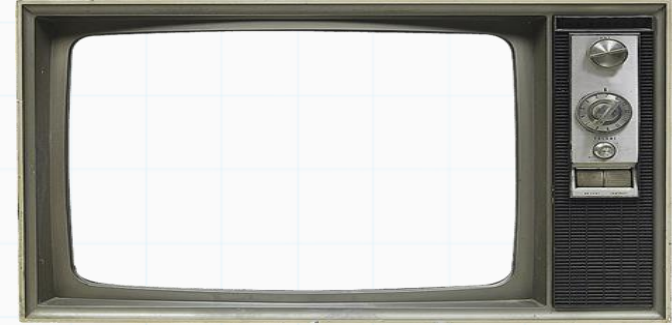
x

B

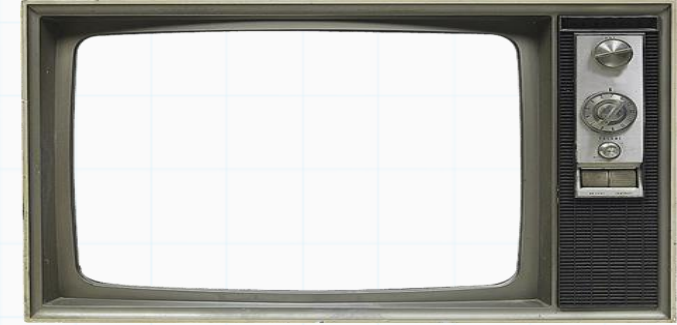
1	1	2
2	3	1

2x3

Vamos entender como fazer
multiplicação de matrizes



Vetores Matrizes- LAB



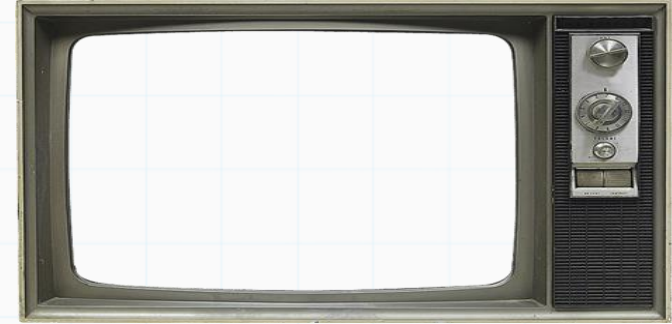
Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{matrix} A & & B & & C \\ \begin{matrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix} & \times & \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{matrix} & = & \begin{matrix} & & \\ & & \\ & & \end{matrix} \\ \begin{matrix} \boxed{3 \times 2} \\ n \times m \end{matrix} & & \begin{matrix} \boxed{2 \times 3} \\ m \times p \end{matrix} & & \begin{matrix} \boxed{3 \times 3} \\ n \times p \end{matrix} \end{matrix}$$

A multiplicação só é possível se a segunda dimensão da primeira matriz for igual a primeira dimensão da segunda matriz

A multiplicação resultante tem cardinalidade da primeira dimensão da primeira matriz e da segunda dimensão da segunda matriz

Vetores Matrizes- LAB



Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline c_{00} & c_{01} & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

Cada elemento da matriz resultante é um produto escalar entre uma linha da primeira matriz e uma coluna da segunda matriz

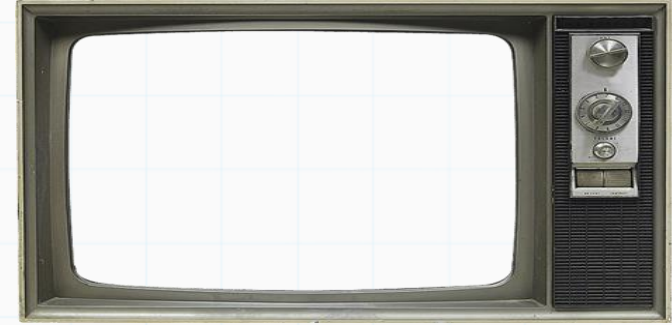
Vetores Matrizes- LAB

Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & c_{01} & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)



Vetores Matrizes- LAB

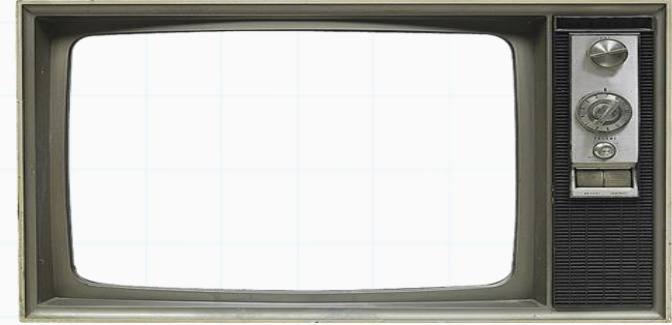
Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & c_{01} & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)



Vetores Matrizes- LAB

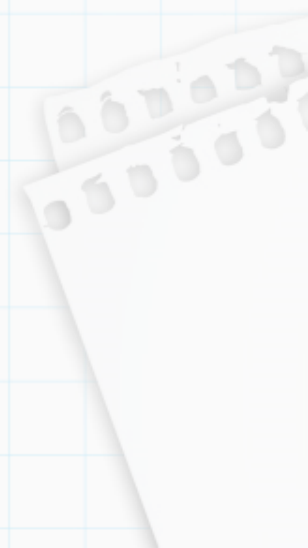
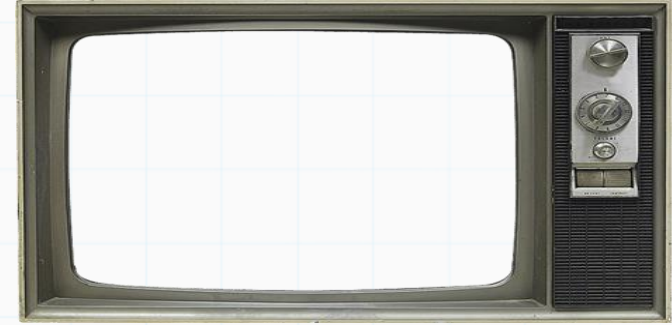
Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

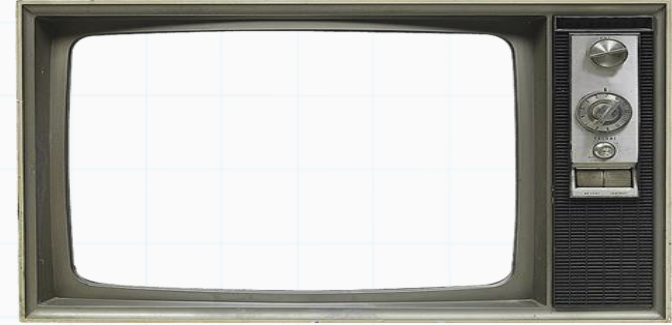
c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)



Vetores Matrizes- LAB

Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 5 \\ \hline 3 & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$



- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

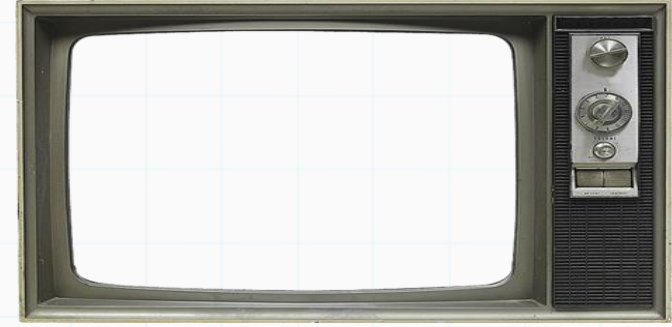
c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)



Vetores Matrizes- LAB

Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 5 \\ \hline 3 & 3 & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$



- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

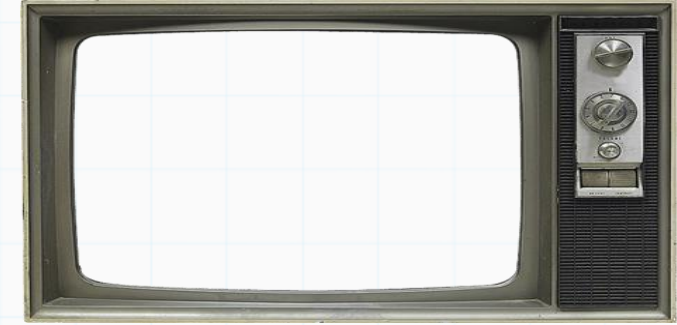
c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)



Vetores Matrizes- LAB



Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} \text{A} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} \text{B} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} \text{C} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 5 \\ \hline 3 & 3 & 6 \\ \hline 5 & 7 & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

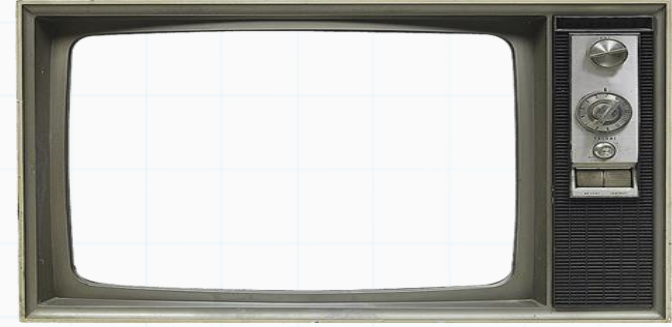
c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)



Vetores Matrizes- LAB

Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 5 \\ \hline 3 & 3 & 6 \\ \hline 5 & 7 & 4 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$



- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

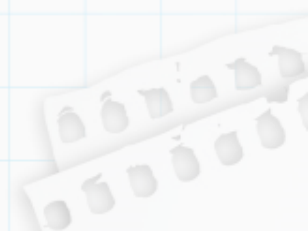
c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

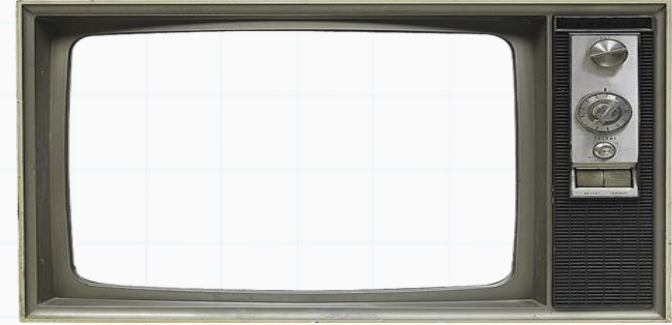
c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)



Vetores Matrizes- LAB



Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} \text{A} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ \text{nxm} \end{array} \times \begin{array}{c} \text{B} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ \text{mxp} \end{array} = \begin{array}{c} \text{C} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 5 \\ \hline 3 & 3 & 6 \\ \hline 5 & 7 & 4 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ \text{nxp} \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

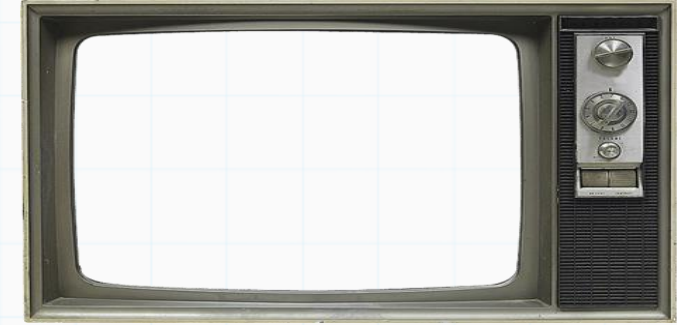
c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)

Vemos que para calcular o valor do elemento i,j da matriz resultante, temos que fazer o produto escalar entre a linha i da primeira matriz e a coluna j da segunda matriz

Vetores Matrizes- LAB



Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 5 \\ \hline 3 & 3 & 6 \\ \hline 5 & 7 & 4 \\ \hline \end{array}$$

3×2 $n \times m$ 2×3 $m \times p$ 3×3 $n \times p$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)

Vemos que para calcular o valor do elemento i,j da matriz resultante, temos que fazer o produto escalar entre a linha i da primeira matriz e a coluna j da segunda matriz

Faremos a multiplicação com 3 níveis de laço:

- Os primeiros dois para percorrer a matriz C ($n \times p$)
- O terceiro nível de laço para realizar o produto escalar (m)

Vetores Matrizes- LAB

Use só o que aprendemos até hoje

Exercício 5) Dado dimensões n, m, p e matrizes A $n \times m$ e B $m \times p$ (informadas pelo usuário), calcule e imprima a matriz $C = A \cdot B$

A

2	1
3	0
1	2

3x2
 $n \times m$

B

1	1	2
2	3	1

2x3
 $m \times p$

x

=

C

4	5	5
3	3	6
5	7	4

3x3
 $n \times p$

I vai até n

J vai até p

K vai até m

calcula produto escalar de linha I
de A com coluna J de B

C (linha I coluna J) recebe produto escalar

Vemos que para calcular o valor do elemento i, j da matriz resultante, temos que fazer o produto escalar entre a linha i da primeira matriz e a coluna j da segunda matriz

Faremos a multiplicação com 3 níveis de laço:

- Os primeiros dois para percorrer a matriz C ($n \times p$)
- O terceiro nível de laço para realizar o produto escalar (m)

Vetores Matrizes- LAB



6) Sequencia: Dada uma sequência x_1, x_2, \dots, x_k de números inteiros, verifique se existem dois segmentos consecutivos iguais nesta sequência, isto é, se existem i e m tais que:

$$x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1} = x_{i+m}, x_{i+m+1}, \dots, x_{i+2m-1}$$

Imprima, caso existam, os valores de i e m . Exemplo:

n: 8
sequencia = 0) 7, 1) 9, 2) 5, 3) 4, 4) 5, 5) 4, 6) 8, 7) 6,
Existem
 $i = 2$ e $m = 2$.

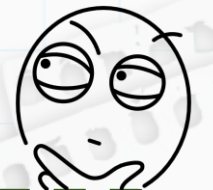
n: 6
sequencia = 0) 1, 1) 2, 2) 3, 3) 3, 4) 9, 5) 33,
Existem
 $i = 2$ e $m = 1$.

n: 5
sequencia = 0) 9, 1) 3, 2) 7, 3) 5, 4) 1,
Nao existem

n: 6
sequencia = 0) 33, 1) 2, 2) 28, 3) 33, 4) 2, 5) 28,
Existem
 $i = 0$ e $m = 3$.

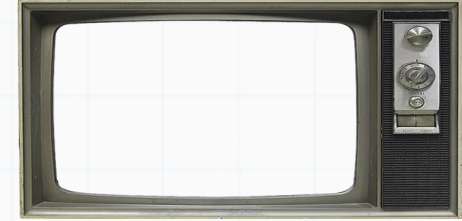


Dica: Para todo o tamanho de sequencia m , analise todas os possíveis segmentos consecutivos de tamanho m



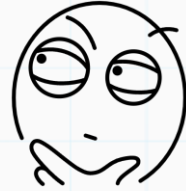
Qual é o valor de $i+m$ para a sequencia de 26 números:
4,9,2,7,1,3,8,5,6,2,4,7,9,1,3,2,4,7,9,1,3,8,6,5,2,1 ?

Vetores Matrizes- LAB

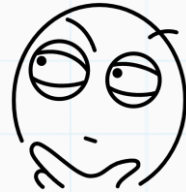


Qual é a soma máxima da sequência de 16 números:

4,-1,2,1,-5,4,-1,2,1,-5,4,-1,2,1,-5,6 ?

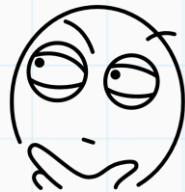


Para $N=11$, qual é a soma dos elementos da matriz menor que a média dos elementos acima da diagonal superior ?

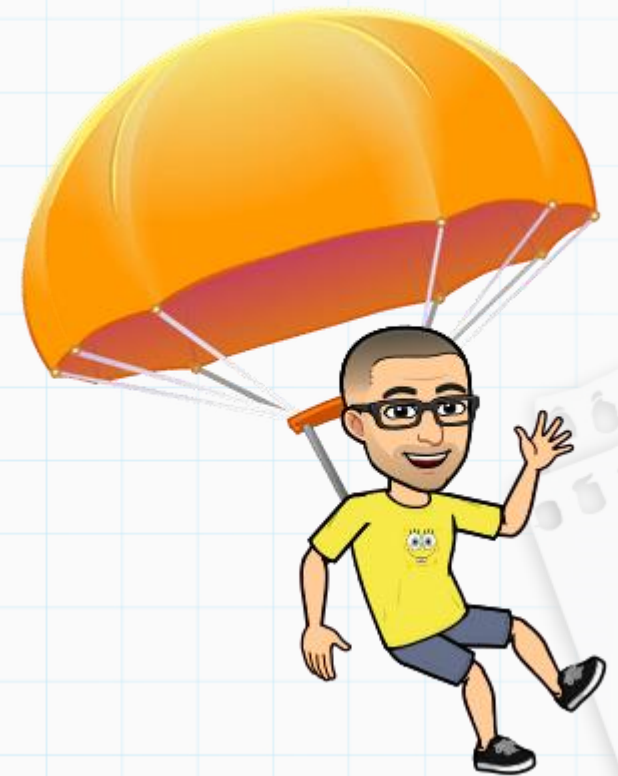
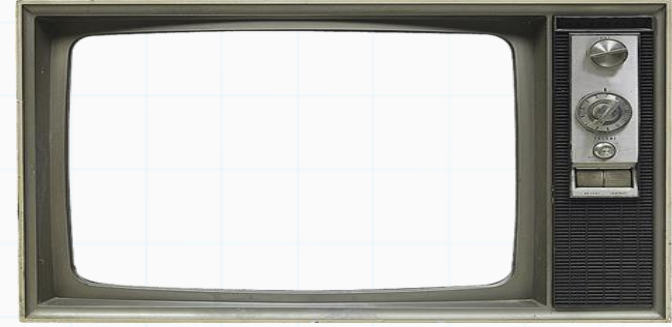


Qual é o valor de $i+m$ para a sequência de 26 números:

4,9,2,7,1,3,8,5,6,2,4,7,9,1,3,2,4,7,9,1,3,8,6,5,2,1 ?



Até a próxima



Slides baseados no curso de Aline Nascimento